

Remarques générales

Le niveau des candidats est très variable. Certains savent faire les exercices qui leur sont proposés sans aucune aide alors que d'autres ignorent complètement les méthodes à employer et surtout ne savent pas énoncer les principaux théorèmes vus en cours et utilisent des outils mathématiques sans en connaître la définition. Les connaissances consistent quelquefois en un vaste formulaire, et se réduisent au programme de deuxième année...

Nous rappelons que le programme du concours porte sur deux années. Il serait souhaitable que les candidats lisent le programme officiel du concours.

Points à améliorer :

- La maîtrise du cours est insuffisante.
- Certains candidats ignorent des parties entières du programme comme les séries entières ou l'algèbre linéaire.
- Le manque de rigueur dans le raisonnement et la rédaction (mauvaise utilisation des quantificateurs, distinction entre série, somme partielle et somme par exemple).

Erreurs courantes rencontrées

Algèbre

Les candidats ne connaissent pas les définitions correctes des outils mathématiques utilisés. En particulier le déterminant est une « boîte magique » que l'on calcule comme on peut. Certains confondent « sous-espaces vectoriels » et « application linéaire ». Enfin, tout exercice faisant intervenir des espaces de polynômes ou de fonctions est une source de difficultés de toute nature pour les candidats.

Calcul matriciel et applications linéaires

- Les définitions de sous-espace vectoriel, application linéaire ne sont pas sues, et comme signalé plus haut, les exercices consistant à démontrer qu'une famille finie de fonctions est libre, sont souvent hors de portée des candidats.
- L'expression de l'élément courant du produit de deux matrices est soit inconnue, soit d'utilisation très problématique.
- Les définitions de matrices symétriques ou orthogonales ne sont pas connues.

Diagonalisation

- Si la plupart des candidats interrogés sur les vecteurs propres et les valeurs propres savent faire les calculs, ils font cela mécaniquement sans en connaître la définition correcte.
- Le lien entre la dimension du noyau et le fait que 0 est valeur propre n'est pas perçu.
- La lecture des valeurs propres d'une matrice triangulaire n'est pas immédiate.
- Une matrice diagonale est diagonalisable, et non le contraire.
- Beaucoup ne savent pas qu'une matrice symétrique réelle est diagonalisable en base orthonormée.

Systemes

- La résolution des systèmes linéaires, les combinaisons d'équations sont faites de façon anarchique, la méthode du pivot de Gauss étant rarement employée.
- L'utilisation de la méthode du pivot de Gauss pour résoudre les systèmes à paramètres conduit rarement à un résultat.
- La nature géométrique des solutions d'un système est rarement connue.
- Beaucoup de difficultés subsistent dans l'interprétation des résultats lorsque le système n'est pas de Cramer.

Fractions

Certains candidats ne connaissent pas la décomposition en éléments simples, ou ont des difficultés lorsque la fraction a un pôle double ou un élément de seconde espèce au dénominateur.

Courbes

Les courbes (paramétrées, bien sûr, mais aussi parfois les courbes en cartésiennes) posent de vrais problèmes aux candidats.

Analyse

Analyse réelle

- Les théorèmes généraux (valeurs intermédiaires, convergence monotone, accroissements finis, formules de Taylor) sont rarement énoncés correctement.
- Les développements limités usuels ne sont pas toujours connus et dans le cas de fonctions composées ne sont pas toujours réalisés au même ordre.
- De même, les candidats ne connaissent pas bien les fonctions trigonométriques inverses et les fonctions hyperboliques, sans compter les expressions exponentielles des fonctions circulaires et hyperboliques.

Suites

- L'étude de suites récurrentes (notamment le fait que la limite doit être un point fixe) est méconnue des candidats.
- La définition avec les quantificateurs d'une suite convergente est souvent difficile à énoncer.

Intégration

- Certains calculs de primitives sont fantaisistes ; confusion entre celle de $\frac{1}{x^2+1}$ et celle de $\frac{1}{(x+1)^2}$. Signalons deux grosses erreurs rencontrées : une primitive de $\frac{1}{(x-1)^2}$ est $\text{Argth}x$ et une primitive de $\frac{1}{x-i}$ est $\ln|x-i|$.
- Ignorance des règles de Bioche pour le calcul de primitives de fractions en sinus et cosinus.
- Il est bon de rappeler aux candidats qu'un changement de variable dans une intégrale définie ne se fait pas uniquement dans la fonction à intégrer (penser au « dx » et aux bornes).
- Pour étudier une intégrale généralisée, Les étudiants ne pensent pas à utiliser les théorèmes de comparaison pour savoir si l'intégrale existe avant de se lancer dans les calculs.
- Pour montrer qu'une fonction est intégrable sur un intervalle, les candidats n'étudient souvent que le problème aux bornes et oublient de dire que la fonction est localement intégrable sur l'intervalle.
- On rencontre aussi quelques confusions entre le comportement des intégrales de type

Riemann en 0 et en $+\infty$.

- Les exercices proposés sur les intégrales multiples se limitent à des calculs d'intégrales doubles simples tels que l'aire d'un domaine plan. Les candidats ayant très peu de connaissance en géométrie sont souvent incapables de représenter sur une figure l'ensemble d'intégration.

Séries numériques

- Le critère de d'Alembert est parfois inconnu des candidats ou confondu avec celui sur les séries entières.
- L'utilisation de méthodes de majoration ou de comparaison (en particulier d'équivalents) est souvent oubliée pour les séries à termes positifs, mais utilisée à contretemps pour les séries alternées.
- Le critère des séries alternées est énoncé de façon incorrecte et la majoration du reste n'est pas connue.

Suites et séries de fonctions

- La définition de la convergence uniforme d'une série de fonctions n'est souvent pas sue et beaucoup de candidats ne réalisent pas que c'est une notion relative à un intervalle.
- Séries entières :
 - Peu d'étudiants connaissent la définition du rayon de convergence d'une série entière, ainsi que les propriétés de la somme : conditions de continuité et de dérivabilité.
 - On confond aussi parfois série entière et développement limité.
- Séries de Fourier :
 - Les étudiants ne se posent pas trop de problèmes au sujet de la convergence vers la fonction de la série obtenue.
 - Les candidats ont tendance à n'utiliser que la forme exponentielle dans le calcul des coefficients de Fourier.
 - Si la fonction est périodique de période différente de 2π , les expressions des coefficients ne sont pas toujours connues.

Équations différentielles

- La résolution d'équations différentielles à l'aide de séries entières peut surprendre les candidats.
- Pour les équations du premier ordre, les méthodes de base ne sont pas toujours sues et la mise en évidence de différents intervalles pour les solutions est très rare.
- Le problème de raccord de solutions est souvent occulté ou mal compris.
- On peut remarquer à ce sujet l'omission assez systématique de la valeur absolue pour une primitive de fonction du type $\frac{1}{x}$.
- Pour les équations du second ordre à coefficients constants : les candidats utilisent la combinaison d'exponentielles complexes au lieu des fonctions trigonométriques, ce qui ne simplifie pas la résolution suivante avec un second membre.