

Rapporteur Monsieur Jean-Louis FAVENTINES

Il s'agit d'une épreuve en 3 heures.

Le jury a utilisé toute la gamme de notation, de 0 à 20 inclus.
La moyenne générale s'élève à 7,33 pour un écart-type de 4,01.

Ce problème, autour de la lemniscate de Bernoulli, comportait de nombreuses questions indépendantes, et il y avait souvent plusieurs façons de les traiter ; cela donnait aux étudiants l'occasion de montrer ce dont ils étaient capables dans des domaines assez variés.

La première partie débute par de la géométrie qui demandait juste un peu de réflexion ; un petit dessin pouvait donner quelques idées.

I.2 : cette question peut être traitée à l'aide de $\tan V$, ou à l'aide du vecteur dérivée première. Attention à ne pas oublier de tester les dénominateurs qui peuvent apparaître : peuvent-ils s'annuler ?

I.3 : cette question a posé de grosses difficultés : le cours sur les équations différentielles (reconnaître une équation différentielle linéaire, savoir comment on peut la résoudre, quelle est la structure de l'ensemble des solutions, ...) semble très mal connu de la plupart des candidats.

I.4 : nombreux sont ceux qui ne savent pas distinguer une translation d'une homothétie ou d'une rotation.

I.5 : il ne fallait pas se contenter de tester la continuité d'un éventuel prolongement, il fallait aussi se poser des questions sur sa dérivabilité.

I.6 : beaucoup de candidats n'ont pas su chercher les 4 premiers coefficients du développement en série entière d'une solution par identification dans l'équation différentielle, ce qui est pourtant une méthode classique. Nous avons aussi constaté un grand manque de rigueur dans l'écriture des développements limités : pas de « o », des sommes indexées de 0 à l'infini ou au contraire ne contenant qu'un seul terme, des changements du nom de la variable ou du nom de l'indice à l'intérieur d'une même formule. Toutes ces imprécisions (c'est un mot faible) ont été sanctionnées. Rappelons que toute fonction développable en série entière au voisinage de 0, est de classe C^∞ et admet donc un développement limité à tout ordre en 0, avec les mêmes coefficients (à savoir $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$).

La deuxième partie débute par de la géométrie différentielle en dimension 2 (étude et tracé de courbe en coordonnées polaires, recherche de tangentes, repère de Frénet et courbure). Plusieurs formules étaient applicables pour la recherche des points à tangente horizontale ou verticale (utilisation de α ou $\tan V$, ou des coordonnées cartésiennes x et y , utilisation de la

question I.1) et pour le calcul de la courbure ($R = \frac{ds}{d\alpha}$ ou $\frac{\|F'\|^{\frac{3}{2}}}{[F', F'']} = \frac{(\rho^2 + \rho'^2)^{\frac{3}{2}}}{(\rho^2 + 2\rho\rho'' - \rho\rho'')}$).

Les candidats ayant trouvé le cercle de courbure sont peu nombreux ; cette partie de la géométrie semble avoir été négligée ou avoir fait l'objet d'impasses.

II.2 : la notion d'intégrale convergente est cette année encore très mal maîtrisée : absence d'étude de continuité et de signe de la fonction, erreurs sur les ordres de grandeur, grandes difficultés pour trouver un équivalent, théorèmes de convergence erronés.

II.3 : la formule de calcul de la longueur d'un arc paramétré est souvent inconnue.

II.4 : cette question est dans l'ensemble mieux traitée, bien que certains aient encore du mal à effectuer un changement de variable et oublient l'élément différentiel ou se trompent dans les bornes.

II.5 : de nombreuses erreurs pour le jacobien (pour ceux qui y pensent ! Et qui pense à étudier son signe ou à utiliser une valeur absolue ?) ; de nombreuses erreurs aussi pour trouver le nouveau domaine d'intégration en coordonnées polaires.

La troisième partie proposait une autre expression de la longueur de la courbe.

III.1 : beaucoup trop de réponses fantaisistes pour la convergence de cette intégrale, alors que des équivalents très simples donnent immédiatement la réponse : le cours ne semble pas du tout compris ni maîtrisé.

III.2 : un petit peu de réflexion et d'initiative aurait permis à tout le monde de penser au changement de variable $u = 1 - t$.

Les questions **III.3** et **III.4** ont été souvent traitées correctement par ceux qui les ont tentées.

La quatrième et dernière partie demandait l'écriture d'un algorithme (ou procédure ou programme).

La question **IV.1** a donné lieu à des résultats assez divers par ceux qui l'ont traitée : certains ont très bien répondu, alors que d'autres n'ont pas vu le lien avec la courbe tracée à la question II.1 et ont donné des résultats aberrants.

La question **IV.2**, purement algorithmique, a été très peu abordée, et dans ce cas bâclée, sans doute par manque de temps. La grande majorité des candidats a utilisé MAPLE, et quelques isolés ont utilisé MATHEMATICA.

Présentation des copies

Elle est dans l'ensemble correcte, mais nous avons encore rencontré beaucoup trop de copies mal ou non rédigées, très raturées et peu lisibles, avec des fautes d'orthographe à chaque mot. Rappelons une fois de plus qu'il faut répondre clairement aux questions posées (ce n'est pas au correcteur de chercher une réponse dans une ou deux pages de calculs) et qu'il faut encadrer les résultats trouvés.

Pour conclure, nous pouvons dire que, à côté de quelques très bonnes copies, nous avons été déçus par les réponses majoritaires des candidats à certaines questions qui paraissaient faciles ou qui n'étaient que des applications directes du cours. Il semble que certaines parties du programme n'ont pas été comprises ni apprises. Les équations différentielles, même linéaires du premier ordre, et les intégrales généralisées posent de gros problèmes à une majorité de candidats, pour qui ces notions ne semblent pas avoir grand sens.

Nous rappelons encore cette année que la compréhension et la connaissance du cours, ainsi que la rigueur et la précision dans l'énoncé des définitions et des théorèmes, sont indispensables pour traiter un problème de Mathématiques. Cela demande un travail régulier et méthodique tout au long des 2 (ou 3) années de préparation, avec la volonté de ne pas se contenter de l'à peu près : ceux qui ont accepté de fournir cet effort cette année ont été récompensés par d'excellentes notes.

MOYENNE 7,33
ECART TYPE 4,01
NOTE MAX 20,00
NOTE MIN 0,00

