

## 1/ CONSIGNES GÉNÉRALES

L'attention des candidats est attirée sur le fait que les textes des sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :

- L'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base.
- Les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur.
- Le soin apporté à la présentation de son travail.

Un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir, a minima, la moyenne.

## 2/ REMARQUES GÉNÉRALES

### THÈME

Le sujet traite du développement ternaire propre d'un réel et présente quelques applications.

La partie I met en place la notion de développement ternaire propre d'un réel de l'intervalle  $[0,1[$ . Cette partie fait appel à des notions sur les espaces vectoriels normés et les séries numériques. Elle propose aussi quelques questions d'informatique.

La partie II étudie une série de fonctions et utilise les résultats classiques du cours : classe  $C^1$  de la somme et permutation série-intégrale.

La partie III propose des questions de probabilités.

La quatrième et dernière partie définit et étudie quelques propriétés de la fonction de Cantor-Lebesgue, en étudiant la convergence uniforme d'une suite de fonctions définie par récurrence. Elle comporte aussi une question d'informatique.

C'est donc une large partie du programme d'analyse-probabilités qui est abordée. Les questions d'informatique ont permis de tester les connaissances des candidats sur les listes, boucles et fonctions récursives.

### OBSERVATIONS GÉNÉRALES

Le sujet est progressif et de longueur raisonnable. Beaucoup de candidats ont abordé quasiment toutes les questions mais très rares sont ceux qui ont soigné toutes leurs réponses. Il est regrettable qu'un nombre conséquent de copies soient non soignées, avec des résultats non mis en évidence (en

soulignant ou encadrant). La partie probabilité s'est avérée difficile pour une majorité de candidats. L'informatique a été bien, voire très bien réussie, même dans certaines copies faibles. Le sujet abordant d'assez nombreuses parties du programme, les difficultés rencontrées par les candidats ont été d'origines assez variées, certains candidats réussissant mieux sur des parties ou au contraire d'autres ont été plus à la peine. La moyenne est de 10,28 et l'écart-type de 4,24.

### 3/ REMARQUES DÉTAILLÉES PAR QUESTION

- Q1. Généralement bien traitée, mais des erreurs régulières dans la manipulation des inégalités utilisant des valeurs absolues et/ou des bornes supérieures.
- Q2. Très rares sont les candidats qui pensent à justifier l'existence de la borne supérieure. L'inégalité triangulaire est très peu souvent prouvée avec rigueur. La positivité est souvent oubliée.
- Q3. Pour la linéarité, rares sont ceux qui rappellent la convergence des séries avant de linéariser. Pour la continuité, beaucoup de candidats croient judicieux d'utiliser le théorème de continuité d'une série de fonctions continues uniformément convergente (totalement hors-sujet ici).
- Q4. Beaucoup ne traitent que les 3 cas :  $t_n = (0,0, \dots, 0, \dots)$  ou  $(1,1, \dots, 1, \dots)$  ou  $(2,2, \dots, 2, \dots)$ .
- Q5. Bien traitée sauf par certains candidats qui étudient le noyau de  $\sigma$  alors que cette application n'est pas linéaire.
- Q6. Cette question est peu traitée. Ceux qui essayent butent souvent sur l'inégalité définissant la partie entière. Certains croient licite de soustraire les inégalités.
- Q7. Question simple mais peu de candidats obtiennent tous les points à cause d'erreur sur la définition de suites adjacentes ou de manque de rigueur dans les calculs.
- Q8. Q9. Q10. L'algorithme de création d'une liste est bien maîtrisé. Il y a cependant parfois des erreurs de bornes ou d'indices et l'utilisation de la fonction `int()` pour récupérer la partie entière n'est pas connue de tous les candidats.
- Q11. Question traitée par la plupart des candidats, mais tous ne connaissent pas les bonnes hypothèses. Des erreurs sur le calcul de  $u'_n(x)$ .
- Q12. La continuité de la partie imaginaire est rarement citée et une justification de cette continuité encore plus rarement. Le calcul est souvent bien mené.
- Q13. Question calculatoire plutôt bien réussie.
- Q14. La première partie est rédigée soit en utilisant la convergence uniforme, soit en utilisant le théorème de convergence dominée, mais les hypothèses sont rarement vérifiées correctement. Le calcul est assez bien réussi.

- Q15. Peu de candidats trouvent une primitive « à vue ». Certains ne se soucient pas de ne pas trouver le même résultat qu'à la question précédente.
- Q16. Le calcul de l'espérance est en général correct (attention l'indépendance des variables aléatoires n'est pas nécessaire pour utiliser la linéarité de l'espérance), mais celui de la variance comporte souvent une erreur de calcul, ou bien l'oubli du fait que la variance soit quadratique.
- Q17. Bien traitée par les candidats qui pensent à l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- Q18. Très peu de réponses justes ; l'inclusion des évènements est rarement démontrée proprement (beaucoup de phrases mais sans aucun argument rigoureux).
- Q19. La représentation de  $f_2$  a posé plus de difficulté que celles de  $f_0$  et  $f_1$ .
- Q20. Certaines copies oublient le cas de base dans leur fonction récursive.
- Q21. Question facile mais laborieuse ; beaucoup de copies enclenchent une récurrence, mais peu la termine.
- Q22. Quelques réponses très complètes ; c'est la fin du problème, les étudiants vont parfois trop vite et oublient certaines justifications. Pour un nombre minoritaire mais non négligeable d'étudiants, le fait que  $\|f_{n+1} - f_n\|$  tende vers 0 suffit à prouver la convergence uniforme de  $f_n$ . Les meilleurs montrent proprement la convergence uniforme du reste vers la fonction nulle. Certains utilisent les suites de Cauchy pourtant hors programme, mais dans quelques très bonnes copies, le candidat montre que la suite est de Cauchy, puis justifie proprement la convergence simple à l'aide de la compacité et obtient la convergence uniforme.
- Q23. Question traitée dans beaucoup de copies mais les justifications sont souvent bâclées.

## 4/ CONCLUSION

Voici quelques conseils pour les futurs candidats.

1. Éviter d'essayer « d'escroquer » les correcteurs en « trafiquant les calculs » ; ceci indispose fortement le correcteur.
2. Chaque hypothèse d'une question doit être utilisée et le candidat doit écrire sur sa copie à quel moment cette hypothèse est utile.
3. Certaines réponses peuvent tenir en une ou deux lignes.
4. Citer TOUS les théorèmes utilisés et rappeler sur le moment toutes les hypothèses utiles mêmes si elles figurent quelques lignes plus haut ou à la question précédente.
5. Numérotter les copies et les rendre dans le bon ordre.
6. Commencer l'épreuve par une lecture « diagonale » du sujet ; vous pourrez ainsi mieux vous imprégner du texte.
7. C'est perdre son temps que de recopier l'énoncé avant chaque réponse.
8. Prendre le temps de bien comprendre la question avant de répondre.
9. Soigner la présentation.
10. Éviter, dans une démonstration, d'utiliser le résultat qui doit être prouvé.